

Wahlteil 2017 – Analysis A 2

Aufgabe A 2.2

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 14$.

- c) Der Graph von f und die Gerade h mit der Gleichung $y = 2$ schließen eine Fläche ein. Diese Fläche rotiert um die Gerade h . Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.

(2,5 VP)

Wahlteil 2017 – Analysis A 2

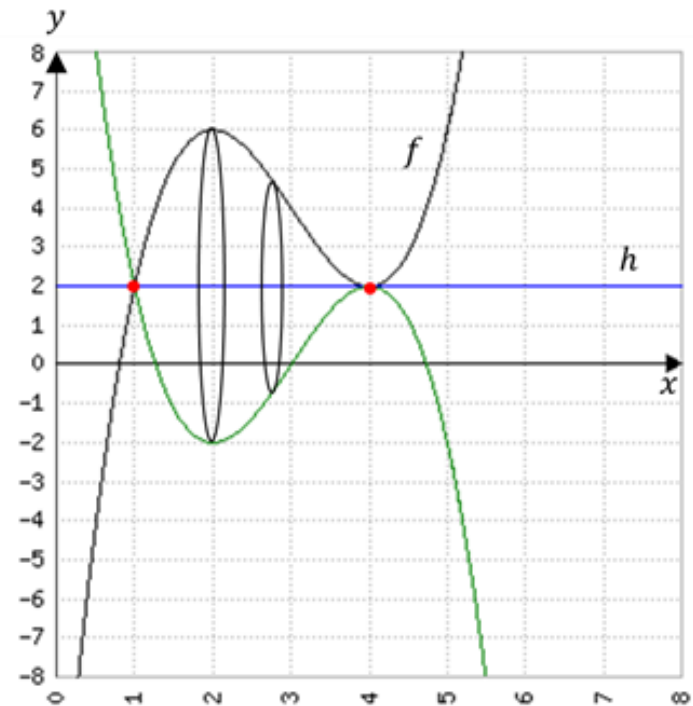
c) Volumen des Rotationskörpers

Wir verdeutlichen uns die Situation zunächst in einer Skizze, siehe rechts.

Die Formel für das Volumen bei Rotation um die x -Achse lautet

$$V_x = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$$

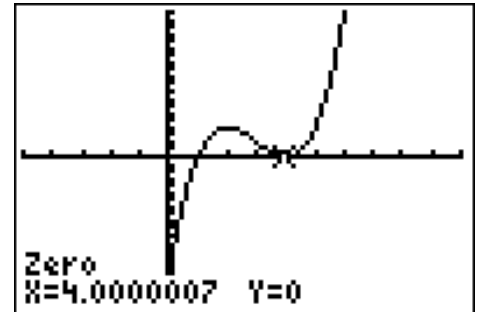
Damit wir diese Formel anwenden können, müssen wir f und h um zwei Einheiten nach unten verschieben. Dadurch wird h zur x -Achse und f wird zu $g(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$.



Wahlteil 2017 – Analysis A 2

Die Nullstellen von g sind dann die Grenzen a und b aus der Volumenformel.

Geben Sie $g(x)$ im GTR bei Y_3 ein, lassen Sie sich den Graphen zeichnen und mit 2ND CALC zero erhalten Sie die beiden Nullstellen bei $a = 1$ und $b = 4$.



Damit haben wir

$$V_x = \pi \int_1^4 [x^3 - 9x^2 + 24x - 16]^2 dx$$

Der GTR liefert hierfür den Wert 65,43.

$$\pi \int_1^4 (Y_3^2) dx$$

Ergebnis: Das Volumen des Rotationskörpers beträgt etwa 65,43 LE³.

Pflichtteil 2015

Aufgabe 9:

Mit $V = \pi \int_0^4 \left(4 - \frac{1}{2}x\right)^2 dx$ wird der Rauminhalt eines Körpers berechnet.

Skizzieren Sie diesen Sachverhalt und beschreiben Sie den Körper.

(3 VP)

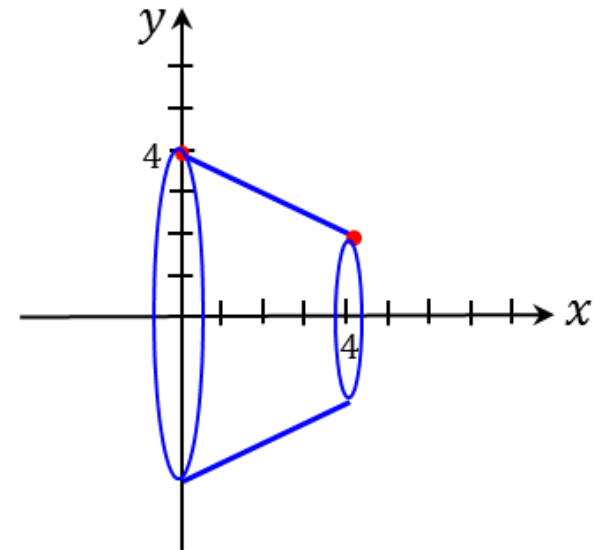
Pflichtteil 2015

$$V = \pi \int_0^4 \left(4 - \frac{1}{2}x\right)^2 dx$$

Lösung

Der Ausdruck $y = f(x) = 4 - \frac{1}{2}x$ stellt eine fallende Gerade dar.

Diese rotiert im Bereich zwischen $x = 0$ und $x = 4$ um die x-Achse und erzeugt dadurch einen Kegelstumpf, siehe Abbildung.



Wahlteil 2011 – Analysis I 1

Aufgabe I 1

Für jedes $a \neq 0$ ist eine Funktion f_a mit $f_a(x) = \frac{4}{x^3 + 4a}$ gegeben.

- c) Die Schaubilder K_1 und K_2 schließen mit der y -Achse und der Geraden $x = 2$ eine Fläche ein.

Bei Rotation dieser Fläche um die x -Achse entsteht ein Drehkörper, der als Düse benutzt wird (Längeneinheit 1cm).

Berechnen Sie die Masse einer solchen Düse, die aus Titan mit einer Dichte von $4,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ besteht.

Wahlteil 2011 – Analysis I 1

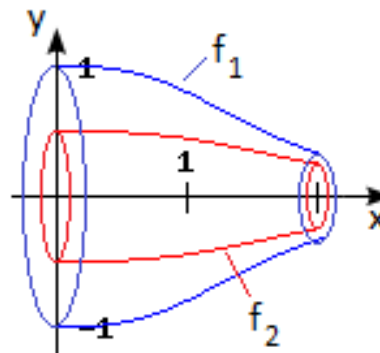
Lösung

c) Volumen und Gewicht der Düse

Zunächst müssen die Volumina des äußeren und des inneren Rotationskörpers getrennt berechnet werden.

Die Differenz liefert anschließend das Volumen der Düse.

$$f_1(x) = \frac{4}{x^3+4} \text{ und } f_2(x) = \frac{4}{x^3+8} \text{ gilt dann } V = V_1 - V_2.$$



Wahlteil 2011 – Analysis I 1

$f_1(x)$ und $f_2(x)$ bei Y_1 und Y_2 im GTR eingeben.

Rotationsvolumen f_1 : $V_{x,K_1} = \pi \int_0^2 [f_1(x)]^2 dx$.

Berechnung mit dem GTR liefert $V_{x,K_1} \approx 3,83$.

Analog: $V_{x,K_2} \approx 1,14$.

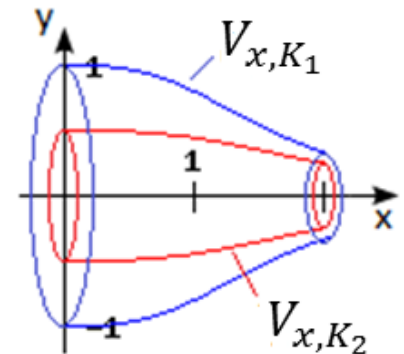
Dann ist $V_D = V_{x,K_1} - V_{x,K_2} = 2,69 \text{ cm}^3$.

Das Gewicht bzw. die Masse der Düse ist gegeben durch

$$M = V_D \cdot 4,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 12,13 \text{g}.$$

Ergebnis:

Das Volumen der Düse beträgt $V_D = 2,69 \text{ cm}^3$, die Masse ist $M = 12,13 \text{g}$.



Wahlteil 2007 – Analysis I 2c)

Rotationskörper: $f(x) = \frac{4}{2 + \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$

Das Schaubild K rotiert im Intervall $[0; 4]$ um die Gerade mit der Gleichung $y = 4/3$. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.

Lösung:

$$\underline{V} = \pi \int_0^4 \left(f(x) - \frac{4}{3} \right)^2 dx \approx \underline{22,34}$$